

ETUDE DES SÉRIES STATISTIQUES

Voici les notes obtenues au dernier contrôle de mathématiques des élèves d'une classe de 31 élèves d'un lycée.

16 ; 13 ; 11 ; 12 ; 7 ; 14 ; 11 ; 8 ; 14 ; 6 ; 16 ; 3 ; 16 ; 16 ; 7 ; 13 ; 5 ; 18 ; 11 ; 16 ; 15 ; 16 ; 10 ; 11 ; 10 ; 7 ; 3 ; 16 ; 16 ; 7 ; 8.

On dit qu'on a défini la *série statistique* des résultats obtenus à ce contrôle par les élèves de cette classe.

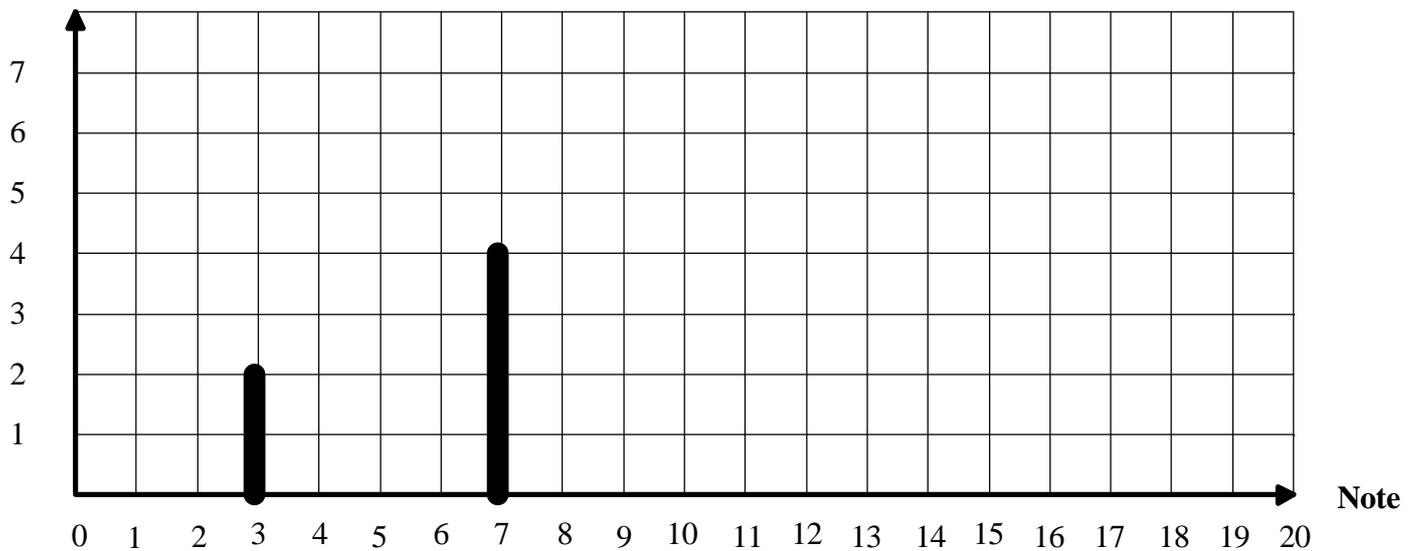
① Effectif et Fréquence

Effectif : Combien d'élèves ont obtenus la note 7 à ce contrôle ? : _____. On dit que _____ est *l'effectif* des élèves ayant obtenus la note 7 à ce contrôle.

Compléter le tableau des effectifs des élèves ayant obtenus les notes de la série statistique.

note	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
effectif								4														

Effectif



On peut représenter les résultats obtenus à ce devoir par un diagramme-bâtons :

Fréquence : la proportion d'élèves ayant eu 7 au devoir est égale à $\frac{4}{31} \approx 0,13$ et $0,13 = \frac{13}{100}$. On peut affirmer que environ 13 % des élèves de cette classe ont obtenu la note 7 au contrôle.

On dit que la *fréquence* correspondant à la note 7 est $\frac{4}{31}$ ou 13 %.

Quelle est la fréquence en pourcentage correspondant aux notes 3 et 16 ?

Calculs et réponses:

② Effectif cumulé et Fréquence cumulée.

Reprenons la série statistique précédente, répondre aux questions suivantes :

1. Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 8 ? :
2. Combien d'élèves ont obtenu une note inférieure ou égale à 13 ? :
3. Est-il vrai que plus de 32 % des élèves ont obtenus une note inférieure ou égale à 8 ?
4. Est-il vrai que plus de $\frac{2}{3}$ des élèves ont obtenus une note inférieure ou égale à 13 ?

Le nombre d'élèves ayant obtenu une note inférieure ou égale à 8 s'appelle *l'effectif cumulé* de la valeur 8

La fréquence des élèves qui ont obtenu une note inférieure ou égale à 8 s'appelle la *fréquence cumulée* de la valeur 8

Quelle est l'effectif cumulé de la valeur 13 ? : _____

Quelle est la fréquence cumulée de la valeur 13 ? : _____

Compléter le tableau suivant :

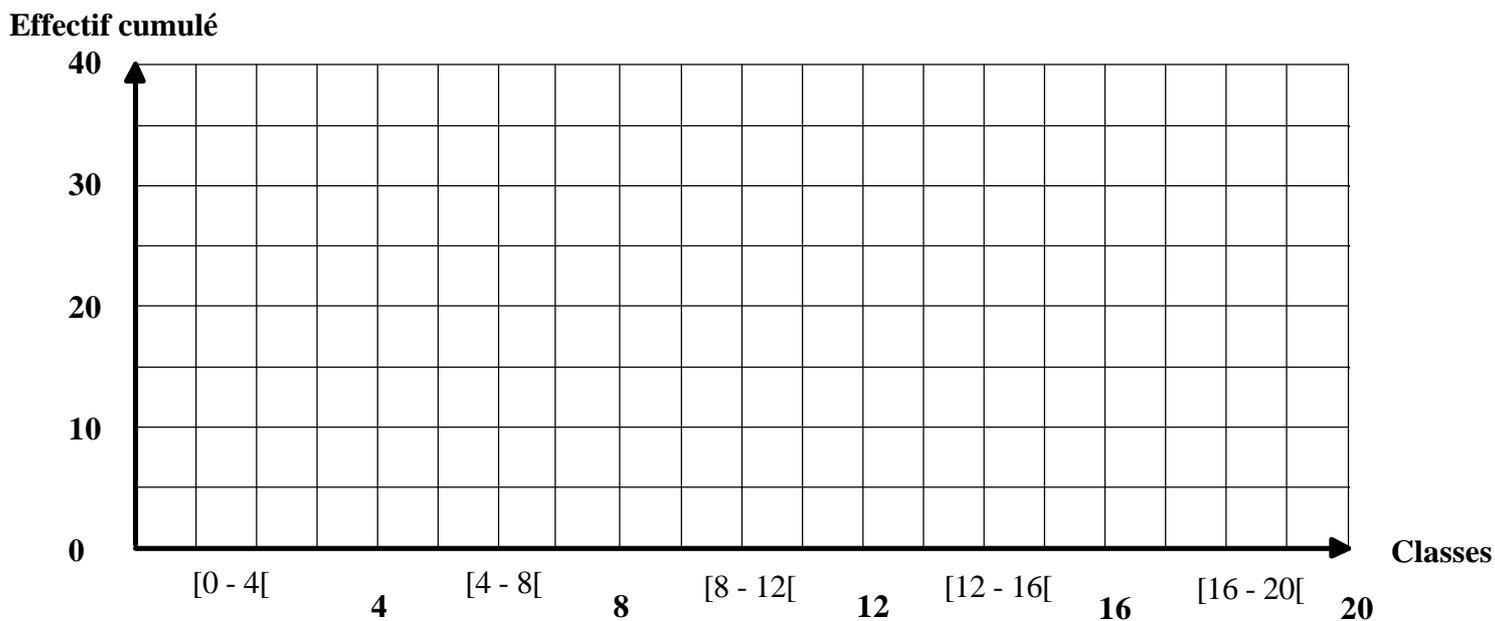
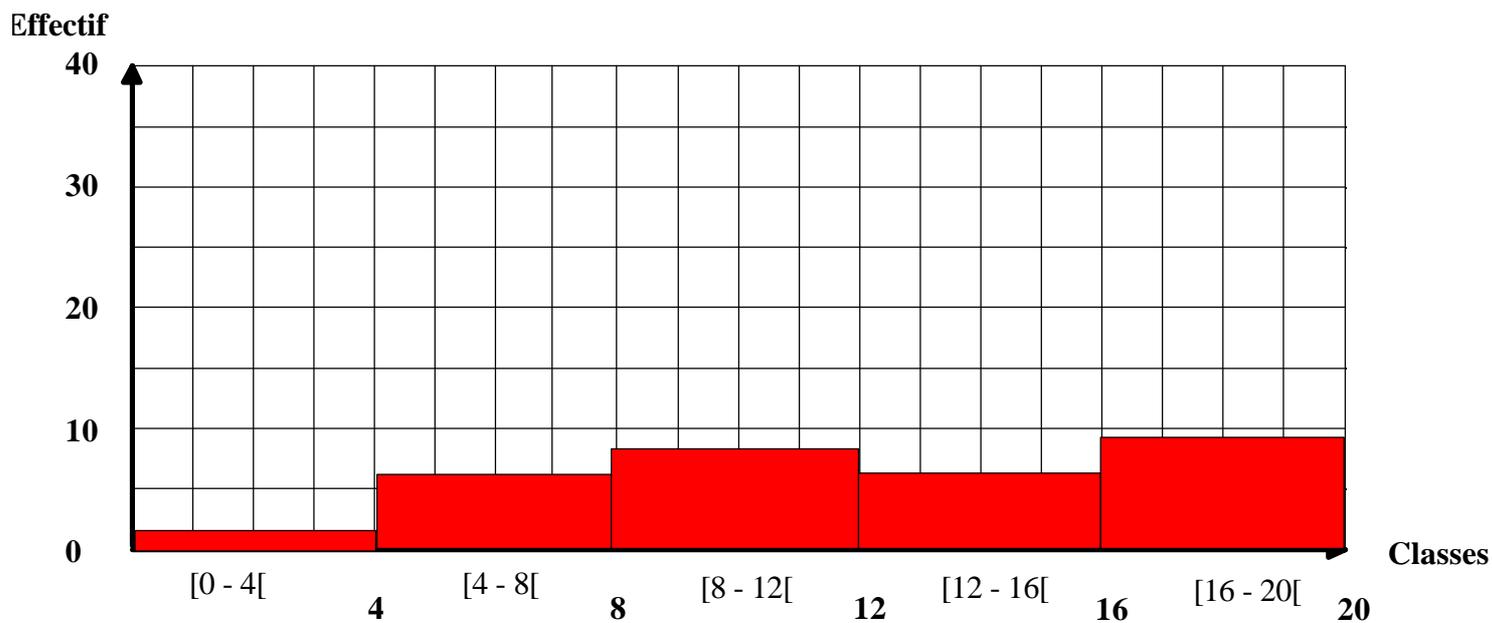
Notes du contrôle	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Effectif																						
Effectif cumulé																						
Fréquence (%)																						
Fréquence cumulée (%)																						

③ Regroupement en classe de valeur : on peut regrouper les valeurs de la série statistique de la façon suivante

Classe de note	[0 - 4[[4 - 8[[8 - 12[[12 - 16[[16 - 20[
effectif	2	6			
effectif cumulé	2	8			
fréquence (%)	6,5 %	19,3 %			
fréquence cumulée (%)	6,5 %	25,8 %			

(2 élèves ont une note inférieure à 4 ; 6 élèves ont une note supérieure ou égale à 4 et inférieure à 8 ...)

Exercice : selon le modèle suivant, dresser le diagramme à barre représentant les effectifs cumulés par classe.



4 Moyenne d'une série statistique.

1- calcul direct : des géologues ont mesuré en plusieurs endroits la largeur d'une faille de la croûte terrestre.

12,5 m	14 m	18,5 m	17 m	18,2 m	13,4 m	16,2 m
--------	------	--------	------	--------	--------	--------

Calculer la moyenne de ces valeurs (donner un arrondi à 0,1 m) :

.....

2 - calcul de moyenne avec un tableau d'effectifs

A la naissance d'un bébé, on mesure sa taille. Le tableau ci-dessous donne les tailles de 45 nouveaux-nés.

Taille (cm)	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
effectif	1	3	2	4	10	9	8	2	3	1	2

Calculer la moyenne des tailles de ces nouveaux-nés (à 0,1 cm près) :

.....

3 - calcul d'une moyenne avec des coefficients

En mathématiques, les devoirs n'ont pas tous la même importance dans le calcul de la moyenne de l'élève. Un devoir surveillé a un coefficient $\times 4$, un devoir maison a un coefficient $\times 2$ et une interrogation de cours de 15 minutes a un coefficient $\times 1$.

Ainsi le professeur donne (dans sa moyenne !) deux fois plus d'importance au devoir maison par rapport à l'interrogation de cours, et quatre fois plus d'importance au devoir surveillé par rapport à l'interrogation de cours.

Voici les notes d'un élève durant le premier trimestre de l'année scolaire en mathématiques (NB: DS = devoir surveillé ; DM = devoir maison ; IC = interrogation de cours)

Type devoir	DM	DS	IC	DS	DM	DS	IC	DS	DM
coefficients	2	4	1	4	2	4	1	4	2
note	15	10,5	17	8	13,5	12	8	9	12

Calculer la moyenne en mathématique de cet élève pour le premier trimestre :

.....

Exercice 1 : Matthieu vient d'obtenir un 5/20 en DS, combien doit-il avoir au prochain DM pour avoir une moyenne de 10 sur les deux devoirs ? :

.....

Exercice 2 : Bénédicte vient d'obtenir un 3 au DS sur les statistiques, elle demande à sa copine Yamina combien elle doit avoir au prochain DM pour "rattraper" sa mauvaise note (c-a-d avoir une moyenne de 10). Yamina lui répond :

“.....”

Remarque : vous devez maintenant comprendre pourquoi certains élèves qui ont toujours des notes excellentes aux DM (en générale les mêmes que celles du bon copain) et de médiocres notes aux DS n'ont quand même pas la moyenne (10) à la fin du trimestre !

5 - Moyenne en utilisant des classes

Exemple 1 : Le journal du collège a réalisé une enquête auprès de 120 familles du collège. Voici une des questions posées par l'équipe du journal : quelle est la durée de votre trajet pour vous rendre au collège ?

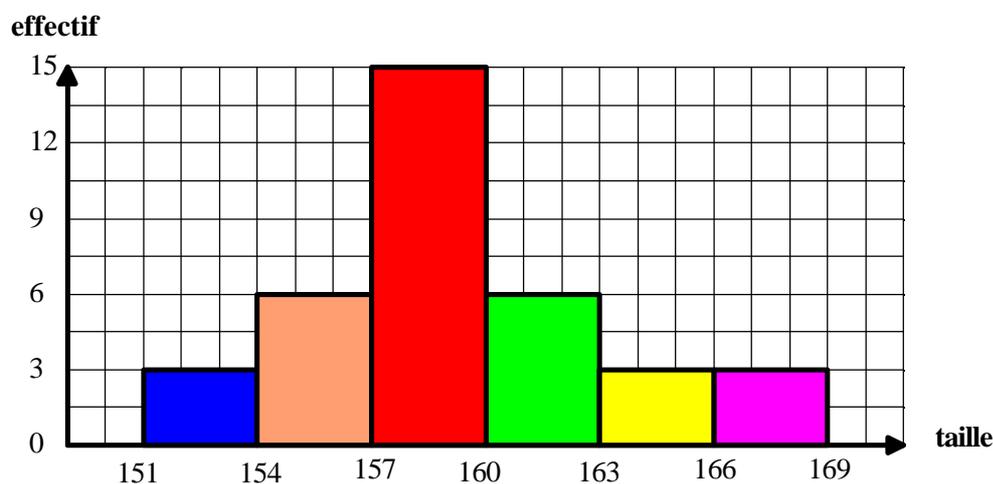
Les réponses sont présentées comme suit :

Temps t en min	$0 \leq t < 20$	$20 \leq t < 40$	$40 \leq t < 60$	$60 \leq t < 80$
Fréquence en %	40	35	15	10

On souhaite calculer la moyenne du temps passé pour le trajet. Pour le temps t on prend la valeur centrale de la classe, par exemple pour l'intervalle $0 \leq t < 20$ on prend $t = 10$.

$$\text{Ainsi } t_{\text{moyen}} = \frac{40 \times 10 + 35 \times \dots + 15 \times \dots + 10 \times \dots}{100} = \dots$$

E
x
e
m
p
l
e
2
:
la
ré
p
ar
tit
io
n



des tailles des filles de la chorale du collège est donnée par l'histogramme suivant

Compléter le tableau suivant :

Taille T en cm	T < 154	T < 157	T < 160	T < 163	T < 166	T < 169
effectif						
fréquence						

filles	7	8	4	5	9	15	13	12	14	10	11	12	4	17	12
garçons	9	9	8	7	11	11	15	9	8	3	10	16	14	13	X

filles															
garçons															X

2ième étape : on cherche la ou les note(s) qui est ou qui sont située(s) au “milieu”.

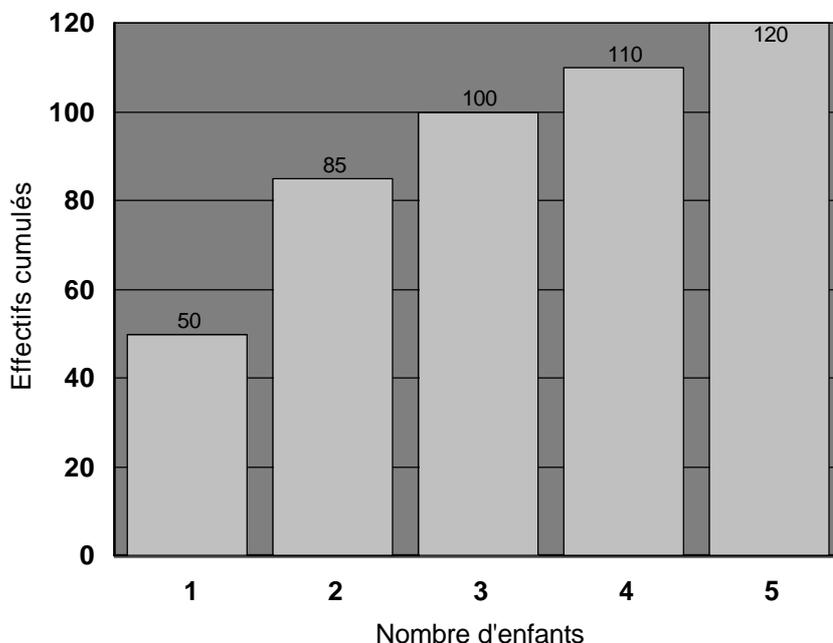
Pour les filles : la note médiane est la ième , c’est à dire

Pour les garçons : il y a un nombre pair de valeurs donc il n’y a pas la possibilité de trouver une seule note médiane, on choisit donc deux valeurs médianes qui sont et En définitive, *toute note comprise entre ces deux valeurs est une note médiane.*

Interprétation :

- 85 familles sur 120 (plus de la moitié) ont au plus 2 enfants.
- $120 - 50 = 70$ (plus de la moitié aussi) familles ont au moins 2 enfants .

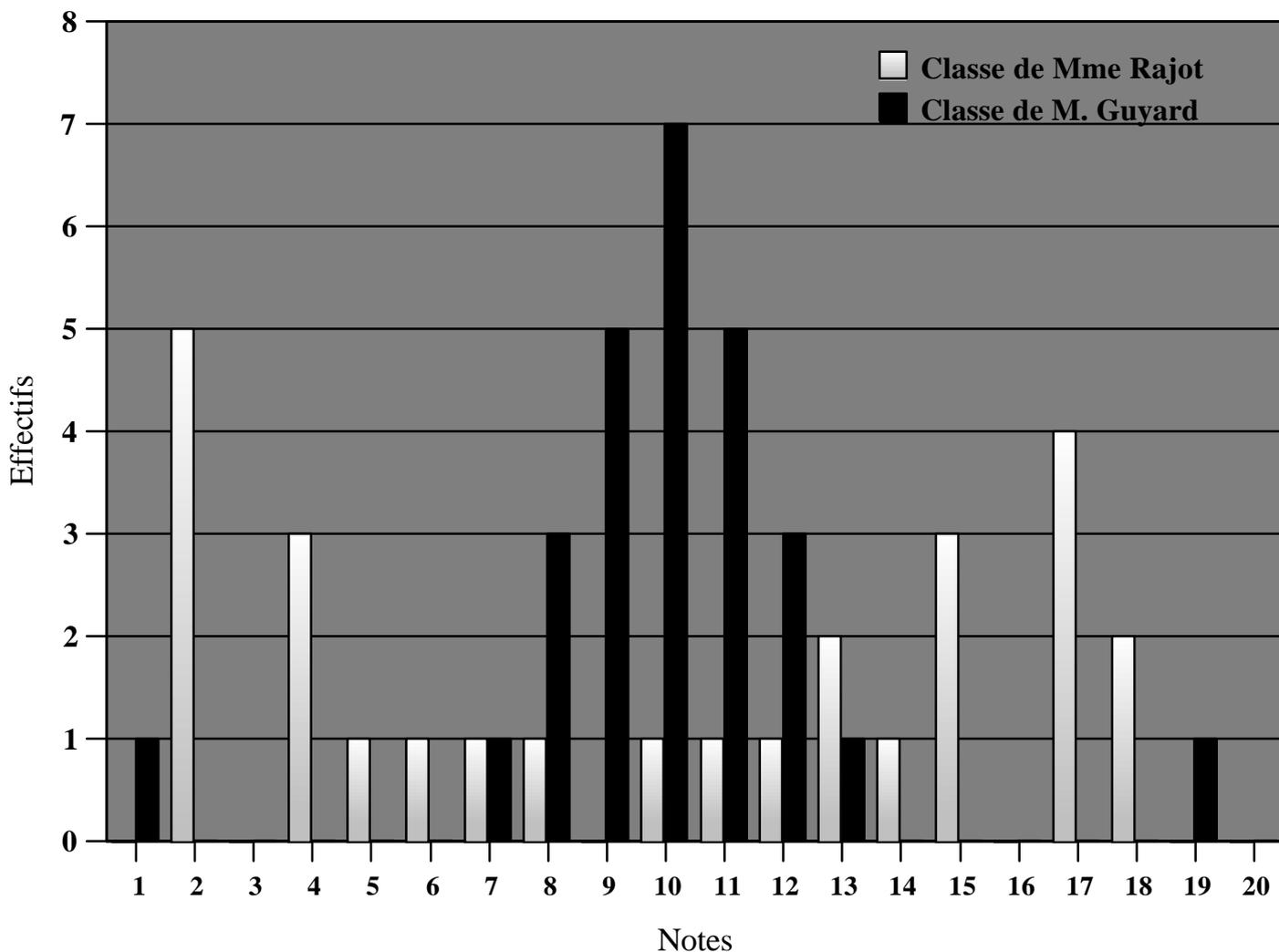
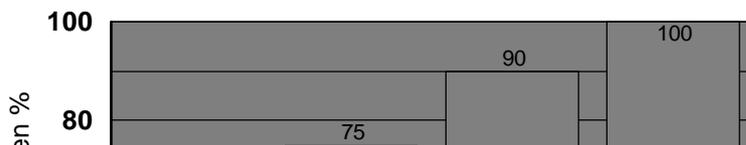
Ainsi le *nombre médian* d'enfants par famille, qui correspondrait à l'effectif cumulé 60, est la valeur 2.



Exemple 2 : toujours d'après la même enquête, voici le diagramme des fréquences cumulées des temps de trajet entre le domicile et le collège :

Interprétation :

40 % des élèves mettent moins de 20 min pour



En statistique, on dit que la série des notes de Mme Rajot est **dispersée**.

Questions :

1 - Combien d'élèves de Mme Rajot ont une note trimestrielle égale à 10 ? Même question pour ceux de M. Guyard.

Mme Rajot	M. Guyard

2 - Vérifier que la moyenne de Mme Rajot est 10 :

3 - Calculer la moyenne de M. Guyard . Que constate-t-on ?

4 - a. Lors du conseil de classe, Mme Rajot a dit a dit que sa classe était très **hétérogène**. Comment cela apparaît-il sur le diagramme en bâtons ? :

.....

- b. M. Guyard a remarqué que globalement, les notes de ses élèves étaient regroupées autour de la moyenne. Quels sont les qualificatifs qu'il va pouvoir utiliser pour décrire sa classe ? :

.....

5 - On appelle **étendue de la série** de notes l'écart entre la meilleure note et la plus mauvaise. Quelle sont les étendues des séries de notes de Mme Rajot et de M. Guyard ?

Série de notes de Mme Rajot	Série de notes de M. Guyard

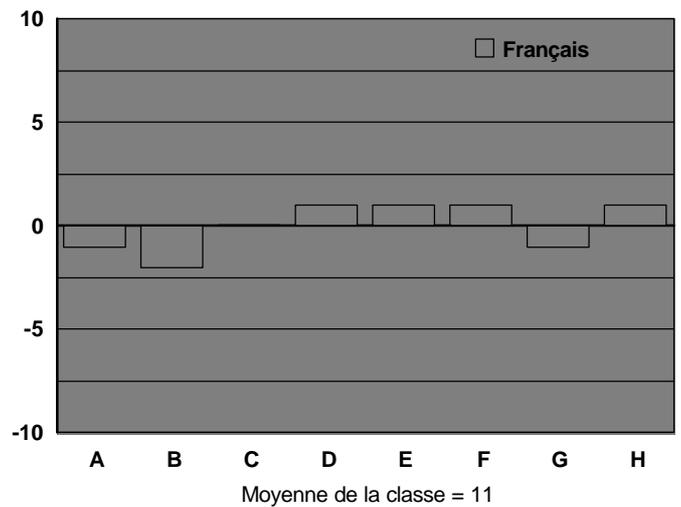
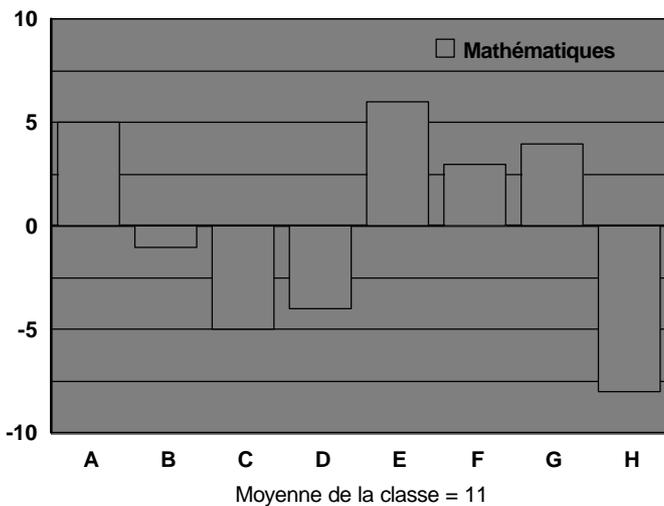
étendue		
---------	--	--

En quoi l'étendue de la série de notes de M. Guyard est-il surprenant ?

6 - M. Guyard explique que sa classe est certes homogène, mais qu'il a deux élèves exceptionnels, l'un parce qu'il a toujours de bonnes notes et l'autre toujours de très mauvaises ! De ce fait, il ne garde que la série de 25 notes, obtenue en excluant la plus forte et la plus faibles de ces notes.

Donner l'étendue de cette nouvelle série restreinte : Ce nombre est-il plus conforme aux appréciations portées précédemment ? :

Retenir :



Approfondissement de la notion de dispersion :

On relève les résultats trimestriels de 8 élèves en mathématiques et en français.

Elève	Alain	Bertrand	Célia	David	Erin	Farid	Guy	Hakim
Mathématiques	16	10	6	7	17	14	15	3
Français	10	9	11	12	12	12	10	12

La moyenne de ces 8 élèves en mathématiques et en français est de 11

Pour illustrer cette situation, on a tracé les graphiques suivants sur lesquels on a fait apparaître, pour chaque élève, l'écart qui le sépare de la moyenne de la classe.

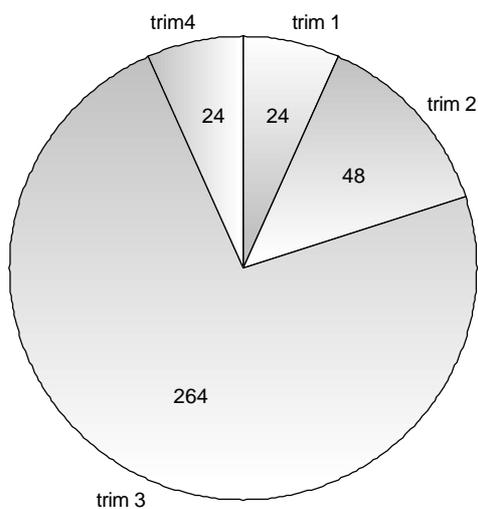
L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.

Une série est dite **dispersée** si les valeurs de cette série ne sont pas significativement regroupées autour de la moyenne de cette série. Toutefois, si les valeurs extrêmes ne sont pas significatives, on considère la nouvelle série obtenue en supprimant ces deux valeurs extrêmes.

A la vue de ces graphiques, on constate que les notes de français *sont plus resserrées autour de la moyenne* que ne le sont les notes de mathématiques. Le *phénomène de dispersion* dans la série correspondant aux mathématiques est nettement visible ici.

7 D'autres exemples de graphiques

Le propriétaire d'un magasin de sport a représenté par un diagramme circulaire la vente des maillots de bains sur une année pour chaque trimestre.



Question 1 : 660 maillots ont été vendus cette année, quelle est la répartition de ces ventes trimestres par trimestre :

	Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4
Ventes				

Question 2 : quel est le nombre moyen de vente par trimestre ? :

.....

