Correction des exercices de programmation linéaire

Exercice 1 :

Expression des contraintes : appelons x le nombre de pièces A et y celui de pièces B

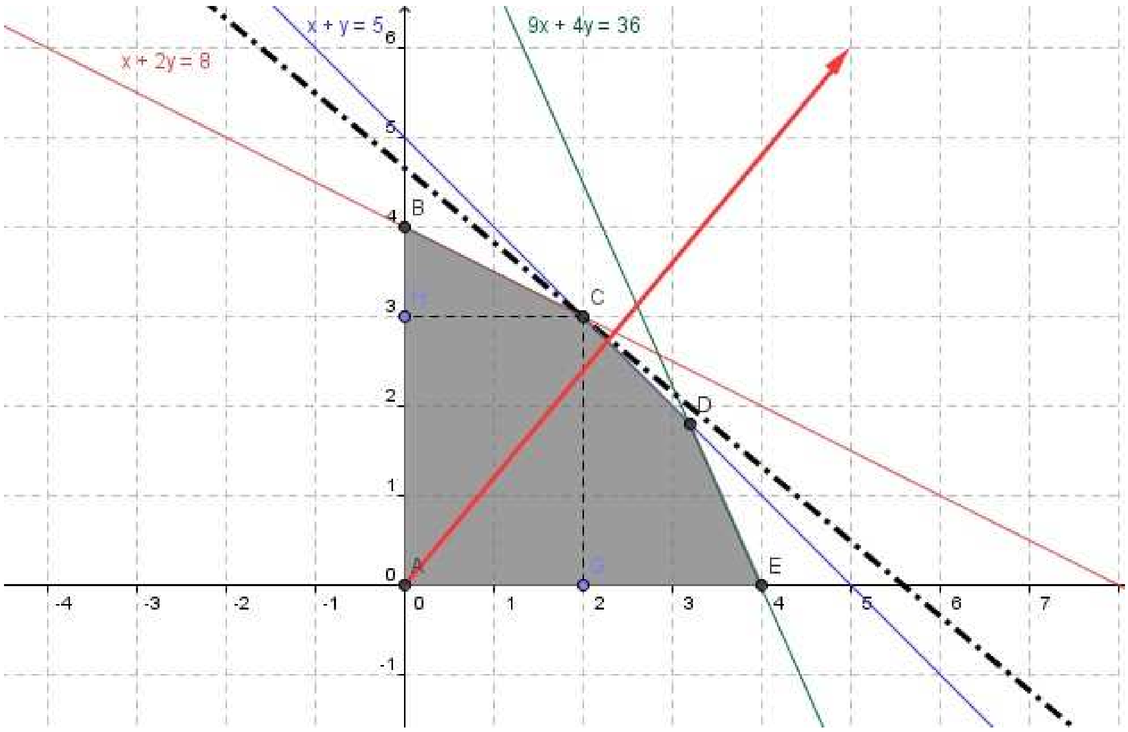
Contrainte liée au temps d'utilisation de la machine : $x + 2y \leq 8$

Contrainte liée à la matière première p : $2x + 2y \leq 10 \Leftrightarrow x + y \leq 5$

Contrainte liée à la matière première q : $9x + 4y \leq 36$

Expression du bénéfice : $B(x; y) = 50x + 60y$ dont un vecteur normal est $\overrightarrow{V}\begin{pmatrix}5\\6\end{pmatrix}$

Réalisation du polygone des contraintes, tracé du vecteur normal $\vec{V}$ et de la droite représentant le bénéfice maximum, c'est-à-dire passant par le point de coordonnées entières le plus éloigné de l'origine du repère (courbe en tiret-point):



Conclusion : la droite des bénéfices qui est la plus éloignée de l'origine du repère passe par le point du polygone de contraintes de coordonnées C(2 ;3), le bénéfice maximal est donc atteint pour $x = 2$ et $y = 3$, soit $B(2,3) = 50 \times 2 + 60 \times 3 = 280€$

Exercice 2 :

Posons $x = B$ le nombre de centaines de mètres cubes de bois de charpente produit et $y = C$ le nombre de milliers de mètres de planches de contreplaqué.

Expression des contraintes :

$$1000x + 2000y \leq 32000 \Leftrightarrow x + 2y \leq 32$$

$$3000x + 4000y \leq 72000 \Leftrightarrow 3x + 4y \leq 72$$

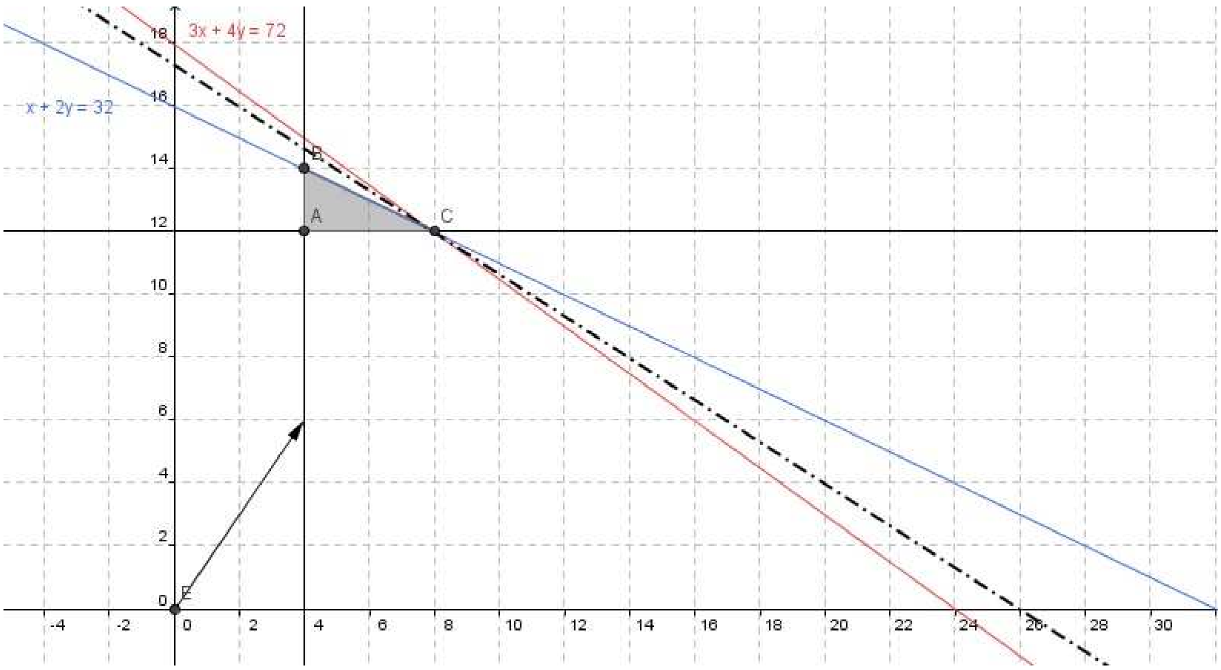
$$x \geq 4$$

$$y \geq 12$$

Expression de la fonction profit à maximiser : $P(x; y) = 4000x + 6000y$

Dont un vecteur normal est $\vec{V}\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$

Résolution graphique :



La fonction profit est maximale pour $x = 8$ et $y = 12$

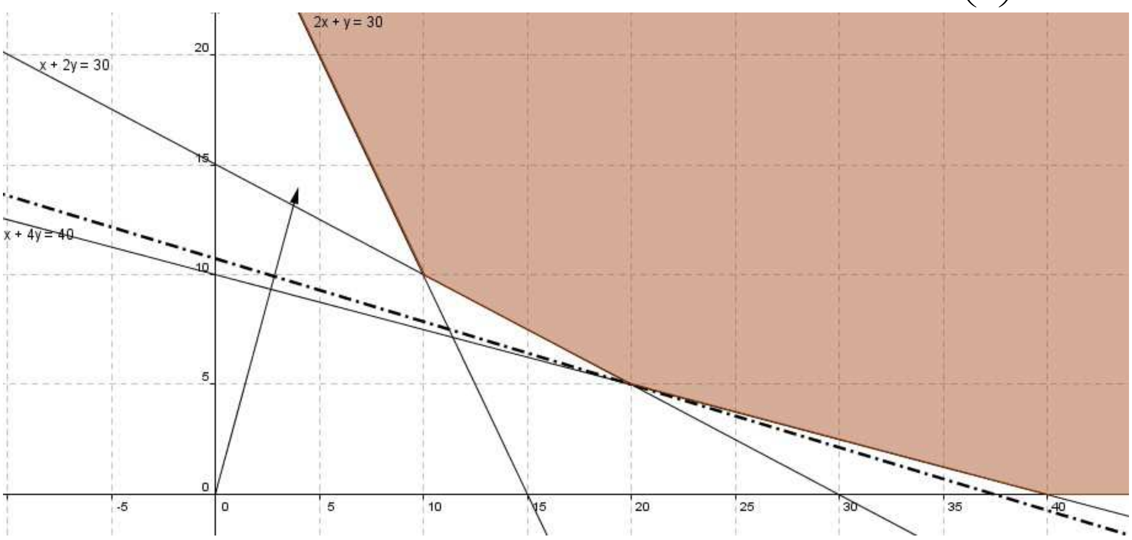
Exercice 3 :

Soit x le nombre de messages radiophoniques et y le nombre de message télévisé.

Expression des contraintes

$$400000x + 200000y \geq 6000000 \Leftrightarrow 2x + y \geq 30$$
$$200000x + 400000y \geq 6000000 \Leftrightarrow x + 2y \geq 30$$
$$200000x + 800000y \geq 8000000 \Leftrightarrow x + 4y \geq 40$$

Fonction coût à minimiser : $C(x; y) = 2000x + 7000y$ de vecteur normal $\vec{V}\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$



La courbe de coût est minimale pour $x = 20$ et $y = 5$

Exercice 4 :

Soit x le nombre de pantalons de type A et y le nombre de pantalons de type B

1.Expression des contraintes

$x+1{,}5y \leq 15 \Leftrightarrow 2x+3y \leq 30$

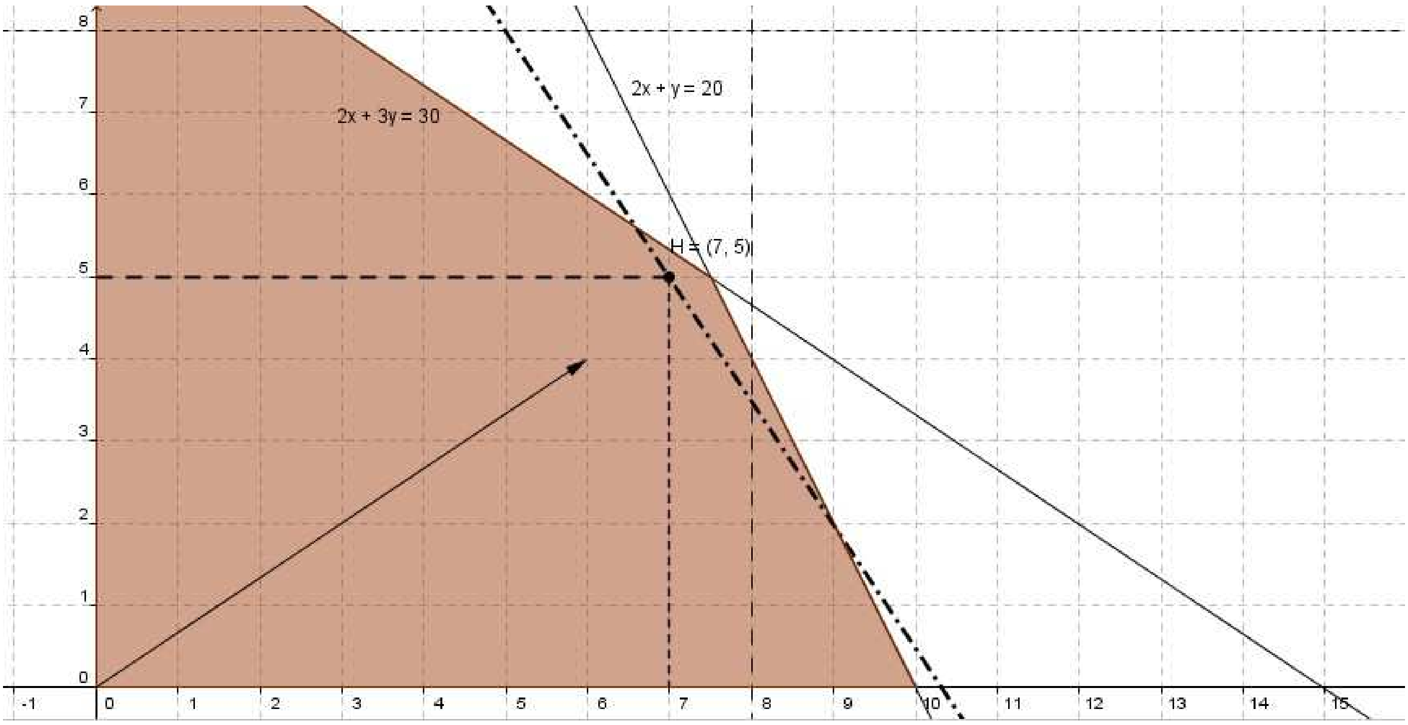
$4x+2y \leq 40 \Leftrightarrow 2x+y \leq 20$

$x>0$

$y>0$

x *et* y *entiers*

2.



3. a) si $x=8$ on peut choisir $y=0;1;2;3;4$
b) si $y=8$ on peut choisir $x=0;1;2;3$

4.
Expression de la fonction bénéfice : $R(x;y)=60x+40y$ de vecteur directeur

6. valeurs de x et y donnant 240 €

x	0	2	3	4
y	6	3	1	0

7. la fonction bénéfice est maximale pour x = 7 et y = 5 , graphiquement c'est le point à coordonnées entières le plus éloigné de l'origine du polygone des contraintes.